

Wnioskowanie dla prawdopodobieństwa sukcesu p

Przedział ufności dla p .

Poziom ufności $= 1 - \alpha$

Rozkład zerojedynkowy $P(X=1)=p, P(X=0)=1-p$

Liczna próba, $n > 60$, k liczba sukcesów w próbie

Model 1

$$p \in \left(W - u_{\alpha} \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}}; W + u_{\alpha} \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}} \right)$$

W – średnia częstość sukcesów w próbie

$$W = k/n$$

$$\Phi(u_{\alpha}) = 1 - \frac{\alpha}{2}$$

Model 2 (poprawka na ciągłość)

$$p \in \left\langle \left(W - \frac{1}{2n} \right) - u_{\alpha} \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}}; \left(W + \frac{1}{2n} \right) + u_{\alpha} \sqrt{\frac{W(1-W)}{n}} \right\rangle$$

Model 3

$$p \in \frac{n}{n+u_{\alpha}^2} \left\langle \left(W + \frac{u_{\alpha}^2}{2n} \right) - u_{\alpha} \sqrt{\frac{W(1-W)}{n} + \left(\frac{u_{\alpha}}{2n} \right)^2}; \left(W + \frac{u_{\alpha}^2}{2n} \right) + u_{\alpha} \sqrt{\frac{W(1-W)}{n} + \left(\frac{u_{\alpha}}{2n} \right)^2} \right\rangle$$

Mała próba.

Model 4

$$p \in \left\langle \frac{k}{k + (n - k + 1)u_1}; \frac{(k + 1)u_2}{n - k + (k + 1)u_2} \right\rangle$$

gdzie

$$u_1 = F_{[2(n-k+1);2k;\alpha/2]}$$

$$u_2 = F_{[2(k+1);2(n-k);\alpha/2]}$$

to kwantyle rozkładu F Snedecora.

Testy do weryfikacji hipotezy o prawdopodobieństwie sukcesu

Test istotności dla p (jedna populacja).

Poziom istotności = α

Cecha X populacji ma rozkład zerojedynkowy

$$P(X = 1) = p, \quad P(X = 0) = 1 - p, \quad p \in (0; 1)$$

Hipoteza zerowa $H_0(p = p_0)$

Próba liczna $n > 60$

H_1	U_n	Zbiór krytyczny K	Wyznaczanie liczby k
$H_1(p > p_0)$	$\frac{W - p_0}{\sqrt{p_0(1 - p_0)}} \sqrt{n}$	$< k ; \infty)$	$\Phi(k) = 1 - \alpha$
$H_1(p < p_0)$	W – średnia częstość sukcesu $W = \frac{k}{n}$	$(-\infty ; -k >$	$\Phi(k) = 1 - \alpha$
$H_1(p \neq p_0)$		$(-\infty ; -k > \cup < k ; \infty)$	$\Phi(k) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

Mała próba.

$$U = (2\arcsin\sqrt{w} - 2\arcsin\sqrt{p_0})\sqrt{n}$$

ma w przybliżeniu rozkład $N(0, 1)$

Test istotności dla p (dwie populacje).

Test do porównywania prawdopodobieństw sukcesu.

Badane są dwie cechy X i Y różnych populacji o rozkładach zerojedynekowych,

$$P(X = 1) = p_1, \quad P(X = 0) = 1 - p_1,$$

$$P(Y = 1) = p_2, \quad P(Y = 0) = 1 - p_2,$$

Z populacji, której badana jest cecha X pobrano próbę n_1 elementową,

natomiast z drugiej populacji pobrano próbę n_2 elementową. Obie próby są

liczne $n_1, n_2 > 100$.

Hipoteza zerowa: $H_0(p_1 = p_2)$

H_1	$U_{n_1 n_2}$	Zbiór krytyczny K	Wyznaczanie liczby k
$H_1(p_1 > p_2)$	$\frac{W_1 - W_2}{\sqrt{\bar{W}(1-\bar{W}) \cdot \frac{n_1 + n_2}{n_1 n_2}}}$	$< k ; \infty)$	$\Phi(k) = 1 - \alpha$
$H_1(p_1 < p_2)$		$(-\infty ; -k >$	$\Phi(k) = 1 - \alpha$
$H_1(p_1 \neq p_2)$		$(-\infty ; -k > \cup < k ; \infty)$	$\Phi(k) = 1 - \frac{\alpha}{2}$

W_1, W_2 średnie częstości sukcesów w poszczególnych próbach,

$$W_1 = k_1 / n_1, \quad W_2 = k_2 / n_2,$$

$\bar{W} = (k_1 + k_2) / (n_1 + n_2)$ - średnia częstość sukcesu w połączonych próbach,

zatem

$$\bar{W} = \frac{n_1}{n_1 + n_2} \cdot W_1 + \frac{n_2}{n_1 + n_2} \cdot W_2$$

Mała próba.

$$U = \left(2 \arcsin \sqrt{W_1} - 2 \arcsin \sqrt{W_2} \right) \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}$$

ma w przybliżeniu rozkład $N(0, 1)$